

Quaternion des moments disque harmoniques pour la description des formes 2D colorées

N. Dad¹, N. En-Nahnahi¹, S. E. Ouatik¹ et M. Oumsis²

¹Laboratoire Informatique et Modélisation, Faculté des Sciences Dhar Mahraz, Fès, Maroc
nisrine.dad@usmba.ac.ma
nahnourd@yahoo.fr
s_ouatik@yahoo.com

²EST de Salé, Maroc
oumsis@yahoo.com

Résumé

Dans ce papier, nous proposons un nouveau descripteur de formes 2D colorées. En exploitant l'algèbre des quaternions, nous étendons le descripteur de formes Disque Harmonique pour intégrer l'information couleur. Etant basé-région, notre descripteur est invariant à la rotation, la translation et le changement d'échelle. Plusieurs expérimentations ont été menées pour la recherche des k-plus proches voisins en utilisant la base de formes Coil-100. Les résultats obtenus montrent l'intérêt et la pertinence de notre descripteur de formes colorées pour les systèmes de recherche d'images par le contenu.

Mots clefs

Descripteur de formes, Moments disque harmoniques, Moments de Zernike, Quaternion, forme colorée, CBIR.

1 Introduction

Actuellement, les images numériques sont produites en grande quantité et elles sont exploitées dans divers domaines et pour de multiples propos. Pour cela, des systèmes performants de recherche d'images par le contenu (CBIR) sont nécessaires. Ces systèmes se basent généralement sur trois attributs pour décrire le contenu visuel de l'image: la forme, la texture et la couleur. La forme [1] occupe une place particulière parmi ces caractéristiques dans la mesure où elle apporte une information moins ambiguë sur l'objet, car elle est plus proche de sa signification.

Généralement deux classes de méthodes existent pour la description des formes: les méthodes basées-région et les méthodes basées-contour. Chacune de ces deux classes contient deux types d'approches à savoir l'approche structurale et l'approche globale [1]. Les méthodes basées contour ont connu un grand succès dans divers systèmes de recherche d'images par le contenu. Cependant, elles souffrent de plusieurs limitations à savoir la sensibilité aux bruits et la non-disponibilité du contour de la forme dans la plupart des cas où le contenu de la forme importe plus que

son contour. Ces limitations peuvent être surmontées en utilisant les méthodes basées-région.

Parmi les descripteurs de formes globaux basés-région, les moments orthogonaux permettent une meilleure description des formes [2]. Cela est expliqué par le fait qu'ils utilisent des fonctions de base orthogonales qui éliminent efficacement la redondance de l'information. De ce fait, la reconstruction de l'objet à partir de son vecteur descripteur est possible.

En général, la majorité des moments orthogonaux sont invariants aux transformations géométriques comme la rotation, la translation et le changement d'échelle. Nous citons, à titre d'exemples, les moments de Legendre [3]-[5], les moments de Chebyshev [6]-[9], les moments de Zernike (ZMs) [10]-[11] et les moments orthogonaux de Fourier-Mellin (OFMMs) [12].

Récemment, En-Nahnahi et al. ont proposé les moments Disque Harmoniques (DHMs) pour la description des formes 2D [13]-[16]. Etant inspirés des harmoniques sphériques, ce descripteur possède une meilleure performance que les autres moments orthogonaux.

Cependant, tous les moments cités précédemment ne traitent que les images binaires ou de niveau de gris. Pour décrire une forme colorée, deux techniques sont possibles. La première consiste à transformer l'image colorée en une image de niveau de gris. Cela risque de conduire à une perte d'information significative. La deuxième technique consiste d'abord à décomposer l'image colorée en trois couches RVB. Ensuite, calculer les moments pour chaque couche séparément. Cette technique peut engendrer une perte des dépendances qui existent entre les trois couches RVB.

Pour pallier ces inconvénients, l'algèbre des quaternions a été utilisée en combinaison avec les moments orthogonaux pour une description pertinente des formes colorées. L'avantage de cette approche est que la forme colorée est représentée directement par une seule entité qui intègre les informations sur les trois couches RVB. Dans ce sens, le quaternion des transformés de Fourier (QFTs) [17], le quaternion des moments de Fourier-Mellin (QFMMs) [18] et le quaternion des moments de Zernike (QZMs) [19] qui représentent, respectivement, les extensions des transformés de Fourier [20], les moments

de Fourier-Mellin et les moments de Zernike ont été introduits pour traiter les images colorées.

Dans ce papier, nous proposons le quaternion des moments disque harmoniques (QDHMs) pour la description des formes 2D colorées. Ce papier est organisé comme suit. La section II décrit les principes des moments disque harmoniques (DHMs) et rappelle l'algèbre des quaternions. Dans la section III, nous introduisons le quaternion des moments disque harmonique (QDHMs) et ses propriétés d'invariances aux transformations géométriques pour les images colorées. La section IV présente les résultats des différentes évaluations du descripteur proposé. Enfin, la section V conclut et suggère les perspectives de ce travail.

2 Préliminaires

Dans cette section, nous décrivons les moments disque harmoniques et leurs principales propriétés pour la description des formes 2D. Ensuite, nous rappelons l'algèbre des quaternions et son exploitation dans la représentation des images colorées.

2.1 Moments disque harmoniques ordinaires

Le descripteur moments disque harmonique (DHMD) pour la description des formes 2D repose sur la reformulation des harmoniques sphériques pour qu'elles acceptent le disque unitaire comme domaine de définition.

Soit $f(r, \theta)$ l'image binaire ou de niveau de gris en coordonnées polaires. Les moments disque harmoniques ordinaires d'ordre n et de répétition m sont donnés par

$$DHM_{n,m}(f) = \int_0^1 \int_0^{2\pi} H_{n,m}(r, \theta) f(r, \theta) r dr d\theta, |m| \leq n \text{ and } n \geq 0, \quad (1)$$

où $H_{n,m}$ représente les fonctions disque harmoniques de base (DHF) de $f(r, \theta)$.

Comme les harmoniques sphériques, les DHFs possèdent la propriété d'être complètes et orthogonales sur le disque unité et séparables en coordonnées polaires. Ces fonctions sont basées sur deux parties; une partie radiale représentée par les polynômes de Legendre associées $P_{n,m}$ qui sont à valeur réelle et une partie exponentielle complexe. Elles sont données comme suit

$$H_{n,m}(r, \theta) = N_{n,m} P_{n,m}(r) e^{jm\theta} \quad (2)$$

où $N_{n,m}$ est le coefficient de normalisation défini par

$$N_{n,m} = \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{4\pi(n+m)!}} \quad (3)$$

Les polynômes de Legendre associés sont calculés à partir de la récurrence suivante

$$(n-m)P_{n,m}(r) = r(2n-1)P_{n-1,m}(r) - (n+m-1)P_{n-2,m}(r). \quad (4)$$

La valeur d'initialisation est

$$P_{m,m}(r) = (-1)^m (2m-1)!! (1-r^2)^{\frac{m}{2}}, \quad (5)$$

(La notation $n!!$ représente le produit de tous les entiers impairs inférieurs ou égaux à n .)

avec $n = m+1$, et en posant $P_{m-1,m}(r) = 0$, on trouve

$$P_{m+1,m}(r) = r(2m+1)P_{m,m}(r). \quad (6)$$

Les équations (4) et (5) expriment les deux valeurs nécessaires pour le calcul de (6) pour un entier n et un entier positif m .

2.2 Algèbre des quaternions

Le quaternion est une généralisation des nombres complexes ayant une partie réelle et trois parties imaginaires. Un quaternion est défini par:

$$q = a + bi + cj + dk, \quad (7)$$

où a, b, c et d sont quatre coefficients indépendants à valeur réelle et i, j et k sont des unités imaginaires vérifiant les relations suivantes

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1, \quad (8)$$

$$ij = k, jk = i, ki = j, \quad (9)$$

$$ji = -k, kj = -i, ik = -j, \quad (10)$$

Ces équations nous montrent clairement que la multiplication de deux quaternions n'est pas commutative.

Le conjugué et le module d'un quaternion sont définis, respectivement, par

$$\bar{q} = a - bi - cj - dk, \quad (11)$$

$$\|q\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}. \quad (12)$$

Dans le cas où $a=0$, alors q est dit pur.

Dans le traitement d'images colorées, un pixel RVB $f(x, y)$ est représenté par un seul quaternion pur qui rassemble les trois couches couleur comme suit

$$f(x, y) = f_R(x, y)i + f_G(x, y)j + f_B(x, y)k, \quad (13)$$

où $f_R(x, y)$, $f_G(x, y)$ et $f_B(x, y)$ représentent respectivement les couches rouge, vert et bleu de l'image colorée et i, j, k les vecteurs de base de l'espace colorimétrique RVB.

3 Calcul du quaternion des moments disque harmoniques

Dans cette section, nous présentons, d'abord, le quaternion des moments disque harmoniques et les deux formules de calcul des moments proposées. Ensuite, nous donnons les formules mathématiques pour le calcul du descripteur proposé en fonction des moments disque harmoniques ordinaires. Enfin, nous montrons son invariance aux transformations géométriques.

3.1 Quaternion des moments disque harmoniques

Soit $f(r, \theta)$ une image RVB de dimension $(N \times N)$ définie en coordonnées polaires. Les QDHMs dits côté droit d'ordre n et de répétition m sont définis en plaçant le noyau $e^{-\mu m \theta}$ du côté droit de $f(r, \theta)$,

$$QDHM_{n,m}^R(f) = \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) f(r, \theta) e^{-\mu m \theta} r dr d\theta, |m| \leq n \text{ et } n \geq 0, \quad (14)$$

où μ est une unité quaternion pur, dans ce papier elle est choisie égale à $\frac{(i+j+k)}{\sqrt{3}}$, $N_{n,m}$ est le coefficient de normalisation et $P_{n,m}$ est le polynôme de Legendre associé à valeur réelle. Ils sont respectivement donnés dans (3) et (4).

Numériquement, nous avons l'approximation discrète de (14) comme suit

$$QDHM_{n,m}^R(f) = \frac{1}{(N-1)^2} \sum_{r=0}^1 \sum_{\theta=0}^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) f(r, \theta) e^{-\mu m \theta} \quad (15)$$

3.2 Relations entre le quaternion des moments disque harmoniques et les moments disque harmoniques ordinaires

Dans cette sous-section, nous exploitons la démonstration établie dans [18], en substituant (13) dans (14), et en utilisant (8), (9) et (10). Ainsi, on obtient

$$\begin{aligned} QDHM_{n,m} &= \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) [f_R(r, \theta)i + f_G(r, \theta)j + f_B(r, \theta)k] e^{-\mu m \theta} r dr d\theta \\ &= i \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) f_R(r, \theta) e^{-\mu m \theta} r dr d\theta \\ &\quad + j \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) f_G(r, \theta) e^{-\mu m \theta} r dr d\theta \\ &\quad + k \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) f_B(r, \theta) e^{-\mu m \theta} r dr d\theta \\ &= i \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) f_R(r, \theta) (\cos m\theta - \mu \sin m\theta) r dr d\theta \\ &\quad + j \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) f_G(r, \theta) (\cos m\theta - \mu \sin m\theta) r dr d\theta \\ &\quad + k \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) f_B(r, \theta) (\cos m\theta - \mu \sin m\theta) r dr d\theta \\ &= i \left[\int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) \cos(m\theta) f_R(r, \theta) r dr d\theta \right. \\ &\quad \left. - \mu \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) \sin(m\theta) f_R(r, \theta) r dr d\theta \right] \\ &\quad + j \left[\int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) \cos(m\theta) f_G(r, \theta) r dr d\theta \right. \\ &\quad \left. - \mu \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) \sin(m\theta) f_G(r, \theta) r dr d\theta \right] \\ &\quad + k \left[\int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) \cos(m\theta) f_B(r, \theta) r dr d\theta \right. \\ &\quad \left. - \mu \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) \sin(m\theta) f_B(r, \theta) r dr d\theta \right] \\ &= i \left[\text{Re}(DHM_{n,m}(f_R)) + \frac{(i+j+k)}{\sqrt{3}} \text{Im}(DHM_{n,m}(f_R)) \right] \\ &\quad + j \left[\text{Re}(DHM_{n,m}(f_G)) + \frac{(i+j+k)}{\sqrt{3}} \text{Im}(DHM_{n,m}(f_G)) \right] \\ &\quad + k \left[\text{Re}(DHM_{n,m}(f_B)) + \frac{(i+j+k)}{\sqrt{3}} \text{Im}(DHM_{n,m}(f_B)) \right] \\ &= A_{n,m}^R + iB_{n,m}^R + jC_{n,m}^R + kD_{n,m}^R, \quad (18) \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} A_{n,m}^R &= -\frac{1}{\sqrt{3}} [\text{Im}(DHM_{n,m}(f_R)) + \text{Im}(DHM_{n,m}(f_G)) + \text{Im}(DHM_{n,m}(f_B))] \\ B_{n,m}^R &= \text{Re}(DHM_{n,m}(f_R)) + \frac{1}{\sqrt{3}} [\text{Im}(DHM_{n,m}(f_G)) - \text{Im}(DHM_{n,m}(f_B))] \\ C_{n,m}^R &= \text{Re}(DHM_{n,m}(f_G)) + \frac{1}{\sqrt{3}} [\text{Im}(DHM_{n,m}(f_B)) - \text{Im}(DHM_{n,m}(f_R))] \\ D_{n,m}^R &= \text{Re}(DHM_{n,m}(f_B)) + \frac{1}{\sqrt{3}} [\text{Im}(DHM_{n,m}(f_R)) - \text{Im}(DHM_{n,m}(f_G))] \end{aligned} \quad (19)$$

Ici $DHM_{n,m}(f_R)$, $DHM_{n,m}(f_G)$ et $DHM_{n,m}(f_B)$ sont respectivement, les moments disques harmoniques pour la couche rouge, verte et bleue.

A partir de (19), et en utilisant la propriété de symétrie des DHMs donnée par

$$\text{Re}(DHM_{n,m}(r, \theta)) = (-1)^m \text{Re}(DHM_{n,-m}(r, \theta)), \quad (20)$$

$$\text{Im}(DHM_{n,m}(r, \theta)) = (-1)^{m+1} \text{Im}(DHM_{n,-m}(r, \theta)), \quad (21)$$

nous définissons les QDHMs pour les valeurs négatives de m

$$\begin{aligned} A_{n,-m}^R &= (-1)^{m+1} A_{n,m}^R, \\ B_{n,-m}^R &= (-1)^{m+1} [-2 \text{Re}(DHM_{n,m}(f_R)) + B_{n,m}^R], \\ C_{n,-m}^R &= (-1)^{m+1} [-2 \text{Re}(DHM_{n,m}(f_G)) + C_{n,m}^R], \\ D_{n,-m}^R &= (-1)^{m+1} [-2 \text{Re}(DHM_{n,m}(f_B)) + D_{n,m}^R] \end{aligned} \quad (22)$$

3.3 Invariance à la rotation, translation et changement d'échelle

L'objectif est de montrer l'invariance de notre descripteur de formes aux transformations géométriques usuelles comme la rotation, la translation et le changement d'échelle. Ces propriétés sont incontournables pour tout système de recherche d'images par le contenu.

Soit $f(r, \theta + \varphi)$ la fonction qui correspond à la rotation de l'image colorée $f(r, \theta)$ par l'angle φ , alors les QDHMs de $f(r, \theta + \varphi)$ et $f(r, \theta)$ ont les relations suivantes

$$\begin{aligned} QDHM'_{n,m} &= \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) f(r, \theta + \varphi) e^{-\mu m \theta} r dr d\theta \\ &= \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) f(r, \theta) e^{-\mu m(\theta - \varphi)} r dr d\theta \\ &= \int_0^1 \int_0^{2\pi} N_{n,m} P_{n,m}(r) f(r, \theta) e^{-\mu m \theta} e^{\mu m \varphi} r dr d\theta \\ &= QDHM_{n,m} e^{\mu m \varphi}, \end{aligned} \quad (23)$$

où $QDHM'_{n,m}$ et $QDHM_{n,m}$ sont, respectivement, les QDHMs de $f(r, \theta + \varphi)$ et $f(r, \theta)$.

Si on prend le module des deux côtés de (23), on obtient

$$\|QDHM'_{n,m}\| = \|QDHM_{n,m} e^{\mu m \varphi}\|$$

$$\begin{aligned}
 &= \|QDHM_{n,m}\| \|e^{\mu m \varphi}\| \\
 &= \|QDHM_{n,m}\|. \quad (24)
 \end{aligned}$$

Alors l'invariance rotationnelle peut être facilement assurée en retenant les modules des QDHMs de l'image colorée.

Pour assurer l'invariance à la translation et au changement d'échelle, un processus de normalisation est appliqué sur les images colorées avant de procéder au calcul des moments correspondant. Dans un premier temps, nous délimitons le cercle englobant la forme. Puis, nous redimensionnons cette zone annulaire afin d'avoir une taille normalisée avec les autres formes de la base. Dans un deuxième temps, nous convertissons les coordonnées des pixels en un système de coordonnées polaires supporté sur le disque de rayon unité.

Pour un ordre limite $nMax$, notre descripteur prend ainsi la forme d'une matrice (voir Figure 1).

$$\begin{Bmatrix}
 \|QH_{0,0}\| & \dots & \|QH_{1,0}\| & \dots & \|QH_{1,1}\| \\
 \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \|QH_{k,-k}\| & \dots & \|QH_{k,0}\| & \dots & \|QH_{k,k}\| \\
 \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \|QH_{nMax,-nMax}\| & \dots & \|QH_{nMax,0}\| & \dots & \|QH_{nMax,nMax}\|
 \end{Bmatrix}$$

Figure 1 – La forme générale du descripteur QDHMs

4 Résultats expérimentaux

Pour montrer l'intérêt de notre descripteur, nous avons mené plusieurs expérimentations sur une base de formes colorées de taille 1440 extraite de la base Columbia Object Image Library (coil-100) [21]. Celle-ci est classifiée en 20 catégories contenant chacune 72 formes.

Toutes les expérimentations ont été effectuées pour la recherche par le contenu dans le contexte des k-plus proches voisins, où la valeur de k a été fixée à 72. La performance de notre descripteur a été évaluée en terme du rapport Rappel/Précision. L'objectif est double. D'une part, déterminer la valeur de l'ordre maximal $nMax$, la mesure de similarité et l'espace colorimétrique permettant d'obtenir une meilleure performance, et d'autre part, évaluer le descripteur proposé en le comparant au descripteur des moments de Zernike étendu par le quaternion.

4.1 Choix de l'ordre maximal $nMax$

Dans un premier temps, nous évaluons l'influence de l'ordre maximal $nMax$ sur les performances de notre descripteur pour déterminer la valeur optimale de $nMax$.

La Figure 2 suivante illustre les résultats des courbes Rappel/Précision pour une valeur de $nMax$ variant de 4 à 14 selon un pas égal à 2 en utilisant la distance euclidienne pour mesurer la similarité.

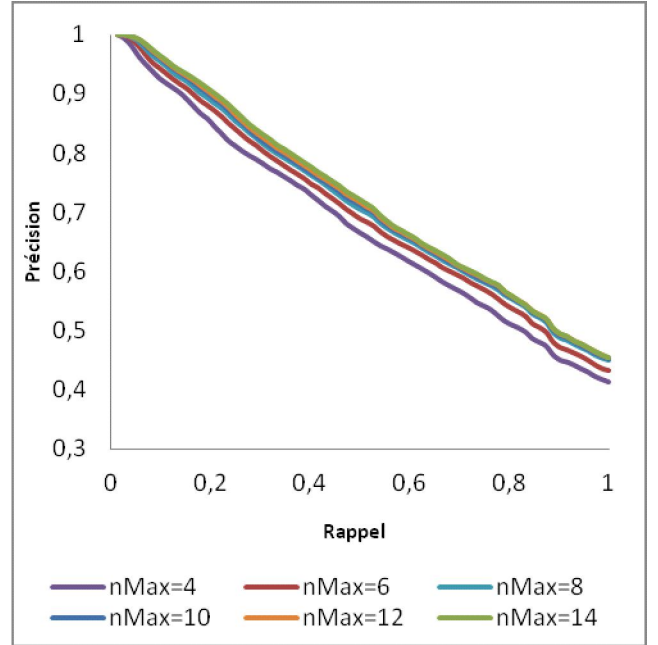


Figure 2 – Courbes Rappel/Précision pour différentes valeurs de l'ordre maximal

D'après la Figure 2, le descripteur QDHMD peut atteindre une performance significative pour $nMax=8$. Au delà de cette valeur, la performance est améliorée légèrement au détriment de la taille du descripteur (CF. Equation (25)) qui affectera négativement le temps de calcul et par la suite, le temps de réponse.

4.2 Choix de la mesure de similarité

Dans cette sous-section, nous avons testé notre descripteur en utilisant 5 distances à savoir la distance euclidienne, la distance de Canberra, la distance des cordes carrées, la distance du Khi-carré et la distance du Cosinus [22].

La Figure 3 suivante présente les courbes Rappel/Précision obtenues.

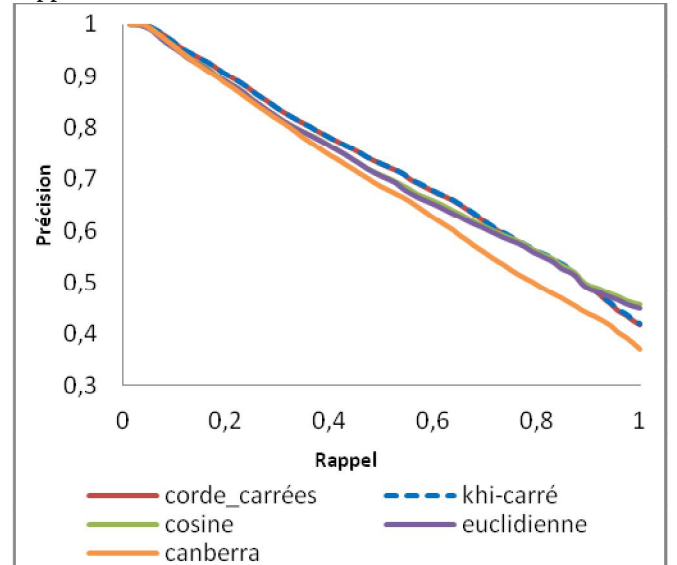


Figure 3– Courbes Rappel/Précision pour différentes mesures de similarité

D'après la Figure 3, nous remarquons que les distances corde carrées et khi-carré donnent de meilleurs résultats que les autres distances. Nous avons opté pour la distance khi-carré dans le reste des expérimentations.

4.3 Choix de l'espace colorimétrique

Nous évaluons l'influence de différents espaces colorimétriques sur les performances de notre descripteur. La Figure 4 montre les courbes Rappel/Précision pour 6 espaces colorimétriques à savoir TSV, BVR, XYZ, LAB, LUV et YCrCB.

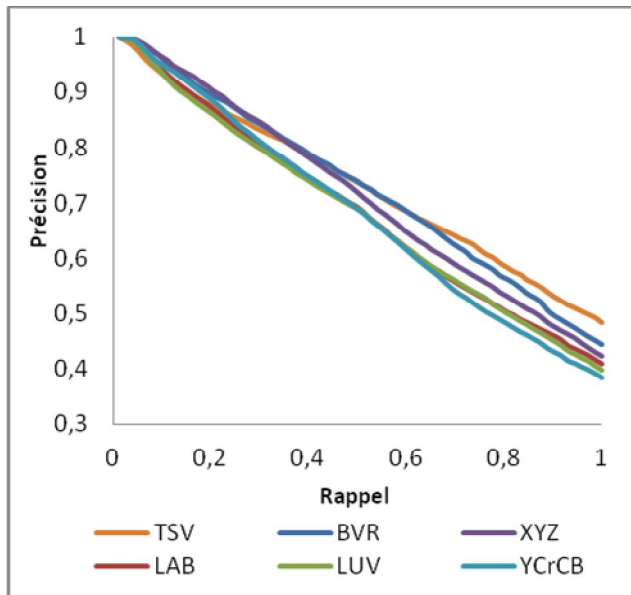


Figure 4– Courbes Rappel/Précision pour différents espaces colorimétriques

D'après la Figure 4, nous remarquons que notre descripteur donne une meilleure performance avec l'espace colorimétrique TSV.

4.4 Evaluation du descripteur QDHMs

Afin d'évaluer la performance de notre descripteur, nous l'avons comparé au descripteur QZM [20] en terme du rapport Rappel/ Précision. Une étape préalable consiste à s'assurer que les deux descripteurs possèdent la même taille (i.e. Même dimension de l'espace de description). Etant dépendante de l'ordre maximal $nMax$, la taille des deux descripteurs QDHMs et QZMs est exprimée respectivement par :

$$taille(QDHMD) = (nMax + 1)^2 \quad (25)$$

$$taille(QZMD) = \frac{(nMax + 1)(nMax + 2)}{2} \quad (26)$$

Le Tableau 1 suivant présente la taille de chaque descripteur en fonction de quelques valeurs de l'ordre maximal $nMax$.

Tableau 1– Taille du descripteur QDHMs et QZMs pour différentes valeurs de l'ordre maximal

Taille \ nMax	7	8	9	10	11	12
QDHMD	64	81	100	121	144	169
QZMD	36	45	55	66	78	91

Pour $nMax=8$ (valeur optimale pour notre descripteur), la taille de notre descripteur est 81. Puisque cette valeur ne figure pas parmi les tailles de la ligne QZMDs (CF. Tableau 1), nous proposons de retenir la taille du descripteur QZMDs la plus proche, soit la valeur 78. Celle-ci correspond à $nMax=11$. Le principe est de comparer les deux descripteurs ayant la même taille ou à défaut de tailles très proches.

La Figure 5 décrit les courbes Rappel/Précision des descripteurs QDHMs avec $nMax=8$ et des descripteurs QZMs avec $nMax=11$.

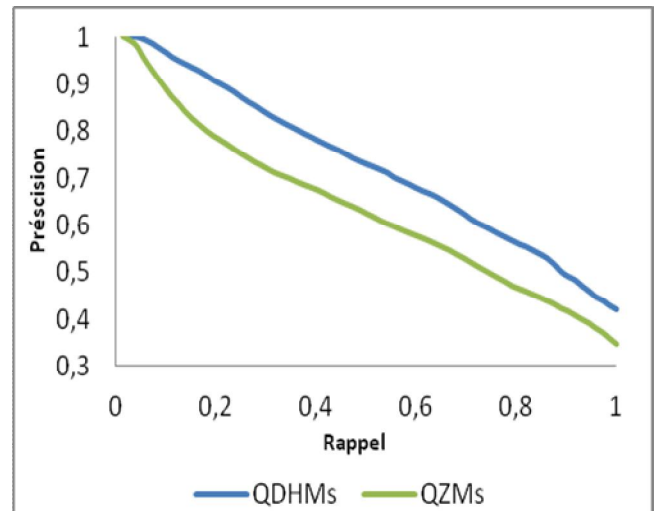


Figure 5 – Courbes Rappel/Précision pour les descripteurs QDHMs et QZMs

D'après la Figure 5, notre descripteur a un pouvoir discriminatoire plus élevé que le descripteur QZMs. De plus, les deux descripteurs possèdent le même avantage d'être invariant aux transformations géométriques et d'avoir des fonctions de base orthogonales et complètes.

5 Conclusion et perspectives

Dans ce papier, le quaternion des moments disque harmoniques a été proposé comme extension des moments disque harmoniques pour la description des formes 2D colorées. Ce descripteur repose sur l'algèbre des quaternions. La relation entre les descripteurs QDHMs et les descripteurs DHMs de chaque couche RVB a été mathématiquement démontrée. L'invariance rotationnelle est assurée en retenant les modules des moments, tandis que l'invariance à la translation et au changement d'échelle sont assurées dans le processus de normalisation appliqué sur la forme colorée avant le calcul des moments. Les résultats expérimentaux illustrent la

performance de notre descripteur par rapport au descripteur QZMs.

Parmi les perspectives, nous comptons améliorer le temps d'extraction et par conséquent le temps de réponse des systèmes de recherche d'images par le contenu. Dans ce sens, l'indexation des grands espaces multidimensionnels est une solution incontournable. La reconstruction d'images par notre descripteur ainsi que la reconnaissance d'objets pourraient être envisagées.

Références

- [1] D. Zhang, et G. Lu. Review of shape representation and description techniques. Dans *Pattern Recognition*, 2004, pg. 1- 19.
- [2] F. Ghorbel, S. Derrode, R. Mezhoud, T. Bannour, et S. Dhahbi. Image reconstruction from a complete set of similarity invariants extracted from complex moments. *Pattern 14 inserm-00420576*, version 1 - 29 Sep 2009 Recognition Letters, 27, 2006, 1361-1369.
- [3] P.T. Yap. An efficient method for the computation of Legendre moments. *IEEE Transactions Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Dec. 2005, vol. 27, no. 12, pg. 1996 – 2002.
- [4] G. Y. Yang, H. Z. Shu, C. Toumoulin, G. N. Han, et L. M. Luo. Efficient Legendre moment computation for grey level images. *Journal Pattern Recognition archive*, vol. 39, no. 1, Jan. 2006, pg. 74-80.
- [5] K.M. Hosny. Exact Legendre moment computation for gray level images. *Journal Pattern Recognition archive*, vol. 40, no. 12, Dec. 2007, pg. 3597-3605.
- [6] R. Mukundan, et K.R. Ramakrishnan. *Moment Functions in Image Analysis-Theory and Applications*, Singapore:World Scientific, 1998.
- [7] R. Mukundan, S.H. Ong, et P.A. Lee. Image analysis by Tchebichef moments. *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 10, no. 9, Sep.2001, pg. 1357–64.
- [8] R. Mukundan. Improving image reconstruction accuracy using discrete orthonormal moments. *Proceedings of the International Conference on Imaging Systems, Science and Technology CISST'03*, vol. 1, June. 2003, pg. 287–93.
- [9] R. Mukundan. Some computational aspects of discrete orthonormal moments. *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 13, no. 8, 2004, pg. 1055–9.
- [10] M.R. Teague. Image analysis via the general theory of moments. *Journal of the Optical Society of America*, vol. 70, no. 8, 1980, pg. 920–30.
- [11] A. Khotanzad, et Y.H. Hong. Invariant image recognition by Zernike moments. *IEEE Transactions Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 12, no. 5, 1990, pg. 489–97.
- [12] Y. Sheng, et L. Shen. Orthogonal Fourier-Mellin moments for invariant pattern recognition. *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 11, no. 6, 1994, pg. 1748–57.
- [13] N. Ennahnahi, M. Oumsis, A. Bouhouch, et M.Meknassi. Fast shape description based on a novel set of moments defined on the unit disc and inspired by 3D Spherical Harmonics. *IET Image Processing Journal*, vol. 4, no. 2, Apr. 2010, pg. 120-131.
- [14] N. Ennahnahi, A. Bouhouch, M. Oumsis, et M. Meknassi. A novel moments generation inspired by 3D spherical harmonics for robust 2D shape description. *16th IEEE International Conference on Image Processing ICIP09*, 2009, Cairo-Egypt.
- [15] N. Ennahnahi, M. Oumsis, et M. Meknassi. Moments disques harmoniques basés sur l'échantillonnage Healpix pour une description rapide et robuste des formes 2D, CORESA'2010, 26-27 Octobre 2010, Lyon.
- [16] N. Ennahnahi, M. Oumsis, et M. Meknassi. Improvement of the Disc Harmonic Moments Descriptor by an Exponentially Decaying Distance Transform. *Lecture Notes in Computer Science Volume 6218*, 2010, pp 503-511.
- [17] S.J. Sangwine. Fourier transforms of colour images using quaternion or hypercomplex, numbers. *Electron Letters*, vol.32, no. 21, Oct. 1996, pg. 1979-1980.
- [18] L.Q. Guo, et M. Zhu. Quaternion Fourier-Mellin moments for color image. *Journal Pattern Recognition*, vol. 44, 2011, pp. 187-195.
- [19] B.J. Chen, H.Z. Shu, H. Zhang, G. Chen, C. Toumoulin, J.L. Dillenseger, et L.M. Luo. Quaternion Zernike moments and their invariants for color image analysis and object recognition. *Journal Signal Processing*, vol. 92, no.2, Feb. 2012, pp. 308–318.
- [20] M. Pohitv. Object Recognition in Presence of Blur from Fourier Transform Spectrum, *Advances in Pattern Recognition. ICAPR '09. Seventh International Conference*, 2009, pg. 409 – 412.
- [21] S. A. Nene, S. K. Nayar, et H. Murase. *Columbia Object Image Library (COIL-100)*, Technical Report CUCS-006-96, 1996.
- [22] S. Cha. Comprehensive Survey on Distance/ Similarity Measures between Probability Density Functions. Dans *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, vol. 1(4), 2007 pg.300-307.